

経営者のための数楽講座

第15回

常識の限界に挑む

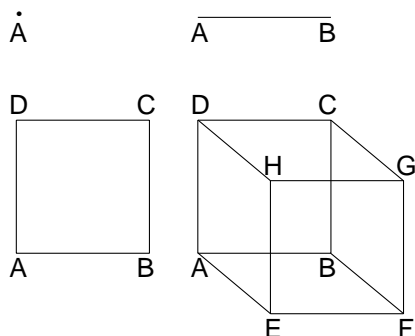
菅原 邦雄 (大阪教育大学教養学科教授)

春は入学の季節である。新入生の頭は受験で凝り固まっているので、それを揉みほぐすのが大変である。

そこで有効なのが幾何学である。図形は見ただけでわかるので、学びの楽しみを体感するのにふさわしい。しかも、視覚はだまされやすいので、意外性に富んでいる。

4次元図形の問題

次の図に描かれているのは、点、線分、正方形、立方体である。



これらは、0次元、1次元、2次元、3次元の図形である。常識的にはここでおしまいが、視点を変えれば4次元を垣間見ることができる。フラクタルのように次元が分数の図形を考えることもできるが、ここではそこまで踏み込まない。

問題 4次元立方体を考えるとすれば、どんな形に見えるか。

講義では、ここでしばらく考えてもらう。ヒントは図の中にある。

点、線分、正方形、立方体は、順に次のように描かれる。点を右に1移動すると、その軌跡が長さ1の線

分になる。その線分を上を1移動すると、その軌跡が正方形ABCDになる。その正方形を手前に1移動すると立方体になる。これは図から明らかである。

しかし、我々の住んでいる3次元空間では、ものは左右・上下・前後の3方向にしか動かすことができない。3次元立方体を(左右・上下・前後のすべてに垂直な)第4の方向に動かすことができれば、4次元の立方体を描けるはずである。しかし、4番目の方向はないので、常識的には無理な相談である。

遠近法の罠

先ほどの3次元立方体の図をもう一度よく見てみよう。常識的な考え方に落とし穴はなかっただろうか。正方形を手前に1移動する、ということだったが、果たして、そうになっているだろうか。

本当に手前に動かせば、紙面から飛び出すはずであるが、実際はそうはなっていない。正方形が紙の上を斜めに移動しているだけである。ここに解決の鍵がある。

我々は3次元立方体は左の図のように見えることを知っている。だから、逆にそういう図を見ると3次元立方体だと思い込む習性がある。本当は、紙の上に描かれた平面図形なのに、立体感を覚えてしまう。

絵画の遠近法はそれをうまく利用して成立している。錯覚を高度に利用すると、ありえない情景を描いた不思議なだまし絵も可能になる。読

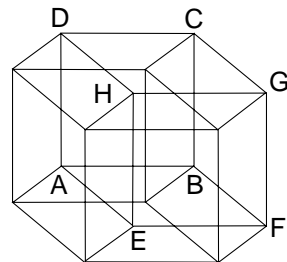
者も多分見たことがあると思う。

さて解答

紙の上に3次元立方体を描くためには、第3の方向は必要なかった。同様に、4次元立方体を描くにも、第4の方向は必要がない。先ほどと同じことをもう一度繰り返せばよいのである。

第4の方向に動かすと称して、3次元立方体の図を紙の上で斜めに動かせばよい。こうして出来上がったのが次の図である。我々は4次元図形を見た経験がないので、4次元には見えないが、これが4次元立方体の一つの描き方である。

この方法をさらに進めれば、5次元の立方体の平面図も描くことができる。



すがはら・くにお

1971年、京都大学理学部卒業。73年、同大学院理学研究科修士課程修了。現在大阪教育大学教養学科数理科学講座教授。専門は微分幾何学。日本数学協会理事